

Primera ley de Kirchhoff y corriente de desplazamiento

Félix Redondo Quintela, Roberto C. Redondo Melchor, Norberto Redondo Melchor
Universidad de Salamanca
10 de noviembre de 2019

El artículo *Leyes de Kirchhoff y conservación de la carga eléctrica y de la energía*, de esta misma sección *Comentarios técnicos*, muestra que el principio de conservación de la carga eléctrica no es condición necesaria ni suficiente para que se cumpla la primera ley de Kirchhoff. Lo allí dicho y lo que se expone ahora, que lo complementa, es bien conocido por los alumnos de ingeniería eléctrica, en especial si han cursado la asignatura Fenómenos de Campo en Ingeniería Eléctrica¹. Pero parece conveniente insistir para afianzar la seguridad racional que evite la confusión que algunas publicaciones pueden provocar.

Intensidad de corriente eléctrica

Intensidad de la corriente eléctrica hacia un lado de una superficie S es la carga eléctrica que cada unidad de tiempo cruza esa superficie hacia ese lado. Si q es la función del tiempo que da la carga que ha pasado hacia ese lado en el tiempo t , la intensidad de corriente eléctrica hacia ese lado es

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1)$$

En la intensidad así definida se piensa cuando se habla de intensidad de la corriente eléctrica. Y a ella nos hemos referido en el artículo citado arriba.

Si la superficie S es cerrada, sus lados son fuera y dentro del volumen limitado por esa superficie. Cada unidad de tiempo puede salir de cualquier volumen, incluidos los nudos de una red, más carga que la que entra. Entonces la intensidad hacia fuera de la superficie cerrada que lo limita sería positiva, no cero. Y al revés, que cada unidad de tiempo entre más carga que la que sale, intensidad hacia fuera negativa. Si esos volúmenes son nudos de una red, no se cumple la primera ley de Kirchhoff en ellos.

¹ Ver Redondo Quintela, F; Redondo Melchor, R. C. *Electrostática y corriente eléctrica para ingenieros*. STS EDICIONES, Aldeatejada (Salamanca), 2019; *Redes Eléctricas de Kirchhoff. Teoría de circuitos*, 3ª edición, 2ª reimpresión, 2018; de los mismos autores y de la misma editorial; y *Teoría de la corriente eléctrica*. iBooks Store, 2015, de los mismos autores más Redondo Melchor, N.

Conservación de la carga eléctrica

Actualmente creemos que *la carga eléctrica no se crea ni se destruye*. Llamamos a ese enunciado *principio de conservación de la carga eléctrica*. Que en ningún volumen del universo se crea ni se destruye carga se puede expresar diciendo que *cada unidad de tiempo la carga que sale de cualquier volumen es igual a lo que disminuye la carga de ese volumen*. La que sale cada unidad de tiempo de un volumen es la intensidad i hacia fuera de la superficie cerrada S que lo limita; y lo que disminuye la carga q de ese volumen cada unidad de tiempo es $-dq/dt$ (Fig. 1). Por tanto

$$i = -\frac{dq}{dt} \quad (2)$$

expresa con lenguaje matemático el *principio de conservación de la carga eléctrica*: *la carga que entra o sale cada unidad de tiempo en cada volumen es lo que aumenta o disminuye la carga de ese volumen en ese tiempo*. No hay otra causa de aumento o disminución de la carga en cualquier volumen. Solo que entre o salga.

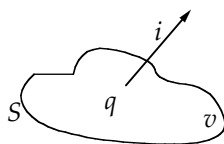


Fig. 1.- En cada unidad de tiempo la carga i que sale es igual a lo que disminuye la del interior $-dq/dt$.

Por tanto, el principio de conservación de la carga eléctrica permite que en cada volumen, incluidos los nudos de una red, entre o salga cualquier cantidad de carga i cada unidad de tiempo; que i sea positiva, carga hacia fuera; negativa, carga hacia dentro; o cero, que no entre ni salga carga. Justo lo contrario de lo que dice la *primera ley de Kirchhoff*: *que la intensidad que entra en cualquier nudo de una red, suma de todas, positivas las que entran y negativas las que salen, siempre es cero*.

Intensidad de corriente de desplazamiento

La ley de Gauss de Electroestática dice² que el flujo Φ_D del vector desplazamiento \vec{D} hacia fuera de una superficie cerrada S es igual a la carga q en el volumen interior limitado por S :

$$\Phi_D = q$$

² Redondo Quintela, F; Redondo Melchor, R. C. *Electroestática y corriente eléctrica para ingenieros*. STS EDICIONES. Aldeatejada (Salamanca), 2019.

Recuérdese que se llama *desplazamiento* en cada punto al vector $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, donde \vec{E} es el campo eléctrico en ese punto creado por cargas eléctricas, y ϵ es la permitividad del medio. En (2) i es la intensidad que sale a través de una superficie cerrada y $q = \Phi_D$ es la carga del volumen que esa superficie limita. Por tanto (2) se puede escribir

$$i = - \frac{d\Phi_D}{dt} \quad (3)$$

Significa que la intensidad i hacia fuera de una superficie cerrada es igual a lo que varía cada unidad de tiempo el flujo Φ_D hacia fuera de esa superficie cambiado de signo. También

$$i + \frac{d\Phi_D}{dt} = 0, \quad (4)$$

que significa que *la suma de la intensidad hacia fuera de cualquier superficie cerrada más lo que varía por unidad de tiempo el flujo Φ_D del vector desplazamiento hacia fuera de esa superficie es cero.*

Las (3) y (4) siguen diciendo lo mismo que (2): que la intensidad que sale de una superficie cerrada es lo que disminuye cada unidad de tiempo la carga del volumen interior que esa superficie limita, pues $\Phi_D = q$. Pero como la dimensión del flujo de desplazamiento Φ_D a través de cualquier superficie es de carga eléctrica, de unidad el culombio, la dimensión de $d\Phi_D/dt$ es de intensidad eléctrica, de unidad el amperio. Por esas razones y otras que tienen que ver con la creación de campo magnético, a $d\Phi_D/dt = i_D$ se le dio el nombre de intensidad de la corriente de desplazamiento a través de esa superficie. Por eso el principio de conservación de la carga eléctrica (2) se puede escribir como

$$i + i_D = 0. \quad (5)$$

Se expresa diciendo que *a través de cualquier superficie cerrada la suma de la intensidad de la corriente de conducción³ i más la de desplazamiento i_D es cero.* Y si llamamos intensidad i_t a través de una superficie cualquiera a la suma de la intensidad de conducción i que la atraviesa más la de desplazamiento $i_D = d\Phi_D/dt$ a través de ella, el principio de conservación de la carga eléctrica queda

$$i_t = i + i_D = 0 \quad (6)$$

³ Ahora hay distinguir a i de la intensidad de desplazamiento i_D . Por eso se la llama *intensidad de conducción*.

La (6) expresa que la intensidad i_t , suma de la de conducción más la de desplazamiento, *es siempre cero a través de cualquier superficie cerrada*, y cumple, por tanto, la primera ley de Kirchhoff en los nudos de cualquier red⁴.

Intensidad de las redes eléctricas

¿De qué intensidad hablamos cuando hablamos de intensidad de la corriente eléctrica? Si no se dice otra cosa, de la carga que cruza una superficie cada unidad de tiempo, de la intensidad definida en (1). De esa hablan tanto los que conocen la intensidad $i_D = d\Phi_D/dt$ como los que no. Los que quieren referirse a la intensidad de desplazamiento i_D o a la suma i_t de la de conducción i más la de desplazamiento i_D , lo dicen expresamente porque saben que de i_D se habla poco; y en las redes eléctricas de potencia prácticamente nada.

En primer lugar porque i_D es cero a través de cualquier sección de un hilo conductor en cuyos puntos \vec{E} sea constante. Eso ocurre en las llamadas redes de corriente continua, en las que su intensidad de conducción i es constante. En todos los puntos de sus conductores \vec{E} y \vec{D} son constantes y, por tanto, Φ_D a través de cualquier sección de cualquier hilo también. La intensidad de desplazamiento en cualquier sección de cualquier conductor resulta cero, $i_D = d\Phi_D/dt = 0$. Por tanto, *en las redes de intensidad constante, cuya tensión entre cualesquiera puntos permanece constante, en las llamadas redes de corriente continua, la intensidad de corriente de desplazamiento es cero*.

En las redes de tensión variable, como las de alterna, varía el campo eléctrico \vec{E} y, por tanto, varían \vec{D} en cada punto de los conductores y el flujo Φ_D de \vec{D} a través de las secciones de los hilos. Hay intensidad de corriente de desplazamiento $i_D = d\Phi_D/dt$ en esos hilos conductores. Pero para tensiones sinusoidales de 50 Hz esa intensidad de corriente de desplazamiento en los conductores es del todo despreciable. En concreto, la relación i_D/i entre la corriente de desplazamiento y la de conducción a través de una misma sección de un hilo de cobre es⁵ 4.7844×10^{-17} . Para 60 Hz es 5.74128×10^{-17} . Absolutamente despreciable la intensidad de desplazamiento comparada con la de conducción en ambos casos. Esta es la razón por la que no se habla de la corriente de desplazamiento en las redes eléctricas de potencia, y de que se considere que las intensidades de conducción de los hilos de esas redes, incluidas las de corriente alterna, cumplan la primera ley de Kirchhoff. El error de considerarlo así es absolutamente

⁴ Por lo que históricamente sabemos, Kirchhoff enunció sus primera y segunda leyes en 1846. Maxwell creó el concepto de corriente de desplazamiento en 1865. No parece, por tanto, que Kirchhoff la tuviera en cuenta al enunciar sus leyes.

⁵ Redondo Quintela, F; Redondo Melchor, R. C. *Electrostática y corriente eléctrica para ingenieros*. STS EDICIONES, Aldeatejada (Salamanca), 2019, ejercicio 11, pag. 112 a 114.

despreciable; pero el análisis de esas redes se facilita extraordinariamente al poder considerarlas como redes de Kirchhoff⁶. Solo a frecuencias de la tensión próximas a 10^{15} Hz, la intensidad de desplazamiento en un conductor empieza a ser comparable con la de conducción⁷.

Final

Cuando se habla de corrientes eléctricas nos referimos a las del movimiento de cargas eléctricas, a las que aquí hemos llamado corrientes de conducción. Si el movimiento de las cargas se produce de forma que la densidad de carga ρ en cada punto del conductor no varía, entonces $d\rho/dt = 0$ y no hay condensaciones ni enrarecimientos de carga. Llamamos a esas corrientes *corrientes estacionarias*. Las corrientes estacionarias cumplen, por tanto, la primera ley de Kirchhoff, ya que la carga de cada volumen permanece constante. Pero si la densidad de carga ρ de algún conjunto de puntos varía con el tiempo las corrientes de conducción no son estacionarias y la primera ley de Kirchhoff no se cumple para ellas, ya que entonces siempre hay algún volumen en el que varía su carga.

Las leyes de Kirchhoff son útiles porque permiten analizar de una forma fácil las redes que las cumplen. Por eso también se utilizan para analizar las que, no cumpliendo exactamente la primera, la cumplen con suficiente aproximación. Eso ocurre con las redes habituales de corriente alterna de 50 y 60 Hz, y menos aproximadamente para frecuencias más altas. Utilizar o no en estas últimas la primera ley de Kirchhoff para analizar sus corrientes de conducción, depende del grado de exactitud con que deseemos conocer su funcionamiento.

⁶ Redondo Quintela, F; Redondo Melchor, R. C. *Redes Eléctricas de Kirchhoff. Teoría de circuitos, 3ª edición, 2ª reimpresión*, STS EDICIONES, Aldeatejada (Salamanca), 2018.

⁷ En Redondo Quintela, F; Redondo Melchor, R. C. *Electrostática y corriente eléctrica para ingenieros*. STS EDICIONES, Aldeatejada (Salamanca), 2019, se estudia la corriente de desplazamiento y se incluyen problemas resueltos en los que se comparan valores de las intensidades de corrientes de conducción y de desplazamiento. También en el libro electrónico *Teoría de la corriente eléctrica*. iBooks Store, 2015, de los mismos autores más Redondo Melchor, N.